

# BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION DE 2007

ÉPREUVE ANTICIPÉE

MATHÉMATIQUES - INFORMATIQUE

SÉRIE : L

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 1 HEURE 30

COEFFICIENT : 2

*Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.  
Les annexes I, II, III et IV sont à rendre avec la copie.*

*L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.*

*Le candidat doit traiter les DEUX exercices.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Tournez la page S.V.P.*

## Exercice 1 (12 points) : contrôle de fabrication

Une grande entreprise automobile fait fabriquer une pièce moteur chez plusieurs sous-traitants. En théorie, cette pièce doit avoir un diamètre de 30 mm. Les contraintes de fabrication font que cette pièce ne mesure pas toujours précisément 30 mm. Il existe ce que l'on appelle des tolérances de fabrication. L'entreprise vérifie la qualité de fabrication de ses sous-traitants en prélevant de temps en temps un échantillon de pièces au hasard sur la chaîne d'usinage et en mesurant le diamètre de ces pièces. L'exercice porte sur la comparaison de la fabrication effectuée par deux sous-traitants : l'entreprise S et l'entreprise T.

### Partie A :

L'étude statistique du dernier échantillon prélevé chez le sous-traitant S donne, pour les diamètres des pièces mesurés en millimètres, les résultats consignés dans le tableau suivant. Pour la suite, on considère que l'échantillon prélevé est représentatif de la production du sous-traitant S.

1 <sup>er</sup> décile	1 <sup>er</sup> quartile	Médiane	3 <sup>e</sup> quartile	9 <sup>e</sup> décile
29,7	29,9	30,1	30,5	30,6

1. Construire en **annexe I (à rendre avec la copie)**, au dessus de l'axe déjà tracé, le diagramme en boîte de cette série statistique en prenant pour valeurs extrêmes les déciles.
2. Sachant que ce sous-traitant fabrique 2750 pièces par semaine, quel est le nombre de pièces dont le diamètre se situe dans l'intervalle  $[29,9 ; 30,5]$  ? Justifier la réponse.
3.
  - a) Une pièce est jugée acceptable si son diamètre ne diffère pas de plus de 2% du diamètre théorique. Quels sont le diamètre minimal et le diamètre maximal autorisés pour que la pièce soit jugée acceptable ?
  - b) Peut-on affirmer qu'au moins 80% des pièces fabriquées par ce sous-traitant sont jugées acceptables ? Justifier.

### Partie B :

Chez un deuxième sous-traitant T, on a prélevé 150 pièces et on a mesuré leur diamètre (en millimètres) arrondi au dixième près.

On considère que l'échantillon prélevé est représentatif de la production de ce sous-traitant T.

On a obtenu les valeurs suivantes :

Diamètre en mm	29,4	29,5	29,6	29,7	29,8	29,9	30	30,1	30,2	30,3	30,4	30,5	30,6	30,7	30,8
Nombre de pièces	3	6	8	10	12	21	29	19	15	10	7	4	3	2	1

Pour calculer les paramètres de cette série statistique, on utilise la feuille de calcul donnée en **annexe II (à rendre avec la copie)**.

1. On veut connaître le diamètre moyen des pièces de l'échantillon.  
En C2 on a entré la formule : = A2\*B2, puis on l'a recopiée vers le bas jusqu'en C16.
  - a) Compléter la case C13.
  - b) Quelle formule a-t-on écrite en C17 ?
  - c) Quelle formule faut-il écrire en C18 pour obtenir le diamètre moyen des pièces de l'échantillon ? Quelle valeur obtient-on en C18 ?
2. En considérant des valeurs arrondies à 0,1 près, la moyenne,  $\bar{x}$ , de la série ci-dessus est de 30, et son écart-type,  $\sigma$ , est de 0,3.
  - a) Déterminer l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ .
  - b) Dans le cas d'une série gaussienne, quel pourcentage des valeurs de la série se situerait dans cet intervalle ? Est-ce le cas pour la série observée ?

**Partie C :**

1. Dans la feuille de calcul de l'**annexe II**, la colonne D contient les effectifs cumulés croissants de la série des diamètres des 150 pièces de l'entreprise T. Quelle est la formule à inscrire dans la cellule D3 afin que l'on puisse la recopier vers le bas pour remplir la colonne D ? Compléter sur l'**annexe II** les valeurs des cellules vides de cette colonne.
2. Calculer, en justifiant, la médiane de la série des diamètres des pièces de l'entreprise T.
3.
  - a) Déterminer, en justifiant, le premier quartile  $Q_1$  de cette série.
  - b) Donner une interprétation de ce premier quartile.
  - c) Le troisième quartile de cette série est 30,2, son premier décile est 29,6 et son neuvième décile est 30,4. Construire en **annexe I**, en dessous de l'axe existant, le diagramme en boîte de cette série statistique en prenant pour valeurs extrêmes les déciles.
4. Chez quel sous-traitant le diamètre des pièces fabriquées est-il le plus satisfaisant ? Pourquoi ?

## Exercice 2 (8 points) : évolution de la construction

### Partie A :

Depuis la création d'un vaste programme de lotissement dans une grande ville, on a relevé pour chacune des 7 années écoulées le nombre de logements construits dans ce lotissement. On note  $u_n$  le nombre de logements construits au cours de la  $n$ -ième année. Les valeurs de  $(u_n)$  sont données dans le tableau en **annexe III** (*à rendre avec la copie*).

1. La suite  $(u_n)$  est-elle arithmétique ? Justifier la réponse.
2.
  - a) Montrer que le pourcentage d'augmentation du nombre de logements entre les première et deuxième années est 2,86 % (à 0,01 % près).
  - b) Compléter sans justification le tableau donné en **annexe III**.
  - c) Au vu de ce tableau, déterminer si la suite  $(u_n)$  est géométrique.

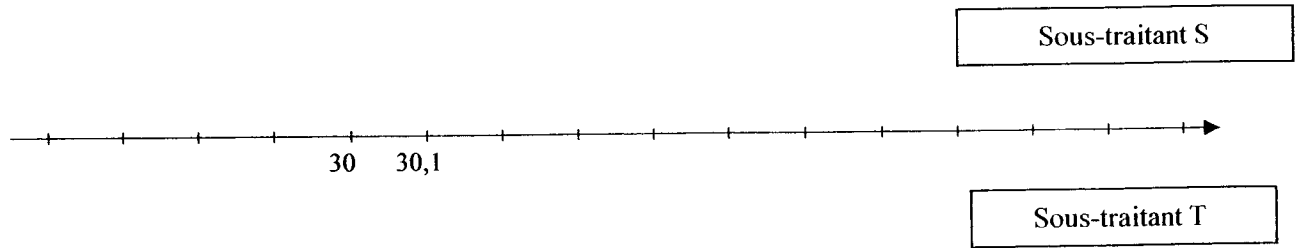
### Partie B :

Afin de prévoir les infrastructures nécessaires à ce nouveau quartier, la ville souhaite représenter son développement à l'aide d'un tableau. On construit le tableau fourni dans l'**annexe IV** (*à rendre avec la copie*). Les colonnes A et B correspondent aux données du tableau donné en **annexe III**. La ville avait prévu la construction de 60 logements chaque année. On s'intéresse, dans la suite de l'exercice, à l'écart entre le nombre réel de logements que la ville a effectivement construits et cette prévision.

1. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule C3 du tableau afin de pouvoir la recopier vers le bas dans toute la colonne C ? Compléter sur l'annexe les valeurs des cellules vides de cette colonne.
2. La colonne D contient les coefficients multiplicateurs permettant de passer de l'écart pour une année donnée, à l'écart pour l'année suivante. Ainsi, la cellule D4 contient le coefficient multiplicateur qui permet de passer de la cellule C3 à la cellule C4. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule D4 afin de calculer ce coefficient, si l'on veut pouvoir recopier cette formule vers le bas dans toute la colonne ?
3. En observant les coefficients multiplicateurs de la colonne D, on décide d'approcher la suite des écarts,  $u_n - 60$ , par la suite géométrique  $(v_n)$  de premier terme  $v_1 = 10$  et de raison  $q = 1,24$ .  
Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule E4 du tableau afin de pouvoir la recopier vers le bas dans toute la colonne E ? Compléter sur l'**annexe IV** les valeurs des cellules E4 et E5, arrondies à 0,01.
4. On suppose que, dans l'avenir,  $v_n$  représente la différence entre le nombre de logements qui seront vraiment construits la  $n$ -ième année du programme de lotissement et les 60 logements que la ville prévoyait de construire cette même année.  
Avec l'aide de la suite  $(v_n)$ , estimer le nombre de logements qui seront construits par la ville la dixième année.

**Feuille à rendre avec la copie**

**Annexe I : exercice 1**



**Annexe II : exercice 1**

	A		B	C	D
	Diamètre en mm		Effectif	Diamètre × effectif	Effectifs cumulés croissants
1					
2	29,4		3	88,2	3
3	29,5		6	177,0	
4	29,6		8	236,8	
5	29,7		10	297,0	
6	29,8		12	357,6	
7	29,9		21	627,9	60
8	30		29	870,0	89
9	30,1		19	571,9	108
10	30,2		15	453,0	123
11	30,3		10	303,0	133
12	30,4		7	212,8	140
13	30,5		4		
14	30,6		3	91,8	
15	30,7		2	61,4	
16	30,8		1	30,8	150
17		total	150	4501,2	
18					

**Feuille à rendre avec la copie**

**Annexe III : exercice 2**

Année : $n$	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de logements construits : $u_n$	70	72	75	79	83	89	96
Pourcentage d'augmentation d'une année à l'autre (à 0,01 % près)				5,33 %	5,06 %	7,23 %	7,87 %

**Annexe IV : exercice 2**

	A	B	C	D	E
1	année	Nombre de logements	Ecart avec la prévision		
2	$n$	$u_n$	$u_n - 60$	Coefficient multiplicateur	$v_n$
3	1	70	10		10
4	2	72		1,2	
5	3	75	15	1,25	
6	4	79	19	1,26666666	19,07
7	5	83	23	1,21052632	23,64
8	6	89		1,26086957	29,32
9	7	96	36	1,24137931	36,35
10	8				
11	9				
12	10				

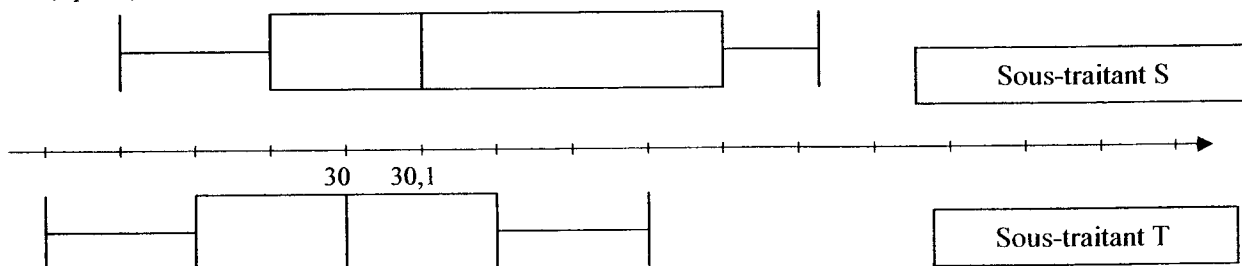
# CORRIGE

**Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**

**EXERCICE 1 : sur 12 points**

**Partie A : (sur 3 points)**

1) (1 point)



2) Dans l'intervalle interquartile [29,9 ; 30,5] se trouve au moins 50 % de l'effectif soit  $2750 \times 50\% = 1375$  pièces. (1 point)

3) a)  $2\%$  de  $30 = 0,6$   $30 - 0,6 = 29,4$  et  $30 + 0,6 = 30,6$ . le diamètre minimal est  $29,4\text{mm}$  et le maximal est  $30,6\text{ mm}$ . (0,5 point)

b)  $D1 = 29,7$  et  $D9 = 30,6$ . Au moins  $80\%$  des valeurs sont dans l'intervalle [29,7 ; 30,6] donc a fortiori entre  $29,4$  et  $30,6\text{ mm}$ . (0,5 point)

**Partie B : (sur 4,5 points)**

1) a)  $C2 = 88,2$  et  $C13 = 122$ . (1 point)

b) = SOMME(C2 :C16). (1 point)

c) = C17/D16 ou =C17/B17 ; en C18, on trouve  $30,0$ . (1 point)

2) a) l'intervalle est [29,4 ; 30,6]. (0,5 point)

b)  $95\%$  des valeurs. (0,5 point)

$147/150 = 98\%$ . Pour cette série,  $98\%$  des valeurs sont dans l'intervalle  $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ . (0,5 point)

**Partie C : (sur 4,5 points)**

1) = D2+B3. (1,5 point)

	A		B	C	D
1	Diamètre en mm		Effectif	Diamètre × effectif	Effectifs cumulés croissants
2	29,4		3	88,2	3
3	29,5		6	177,0	9
4	29,6		8	236,8	17
5	29,7		10	297	27
6	29,8		12	357,6	39
7	29,9		21	627,9	60
8	30		29	870	89
9	30,1		19	571,9	108
10	30,2		15	453	123
11	30,3		10	303	133
12	30,4		7	212,8	140
13	30,5		4	122	144
14	30,6		3	91,8	147
15	30,7		2	61,4	149
16	30,8		1	30,8	150
17		total	150	4501,2	
18				30,0	
19					

2) La série comporte 150 valeurs. La médiane est la demi-somme des 75<sup>e</sup> et 76<sup>e</sup> valeurs, c'est-à-dire 30. (1 point)

3) a) Le premier quartile est la 38<sup>e</sup> valeur ( $150/4 = 37,5$ ), soit 29,8. (0,5 point)

b) Au moins 25 % des pièces ont un diamètre inférieur ou égal à 29,8 mm. (0,5 point)

4) L'écart interquartile pour la série des diamètres des pièces de l'entreprise S est 0,6 tandis que celui de la série des diamètres des pièces de l'entreprise T est 0,4. Les diamètres sont moins dispersés chez le sous-traitant T.

De plus, chez le sous-traitant T la médiane est 30 mm, alors qu'elle est de 30,1 chez le sous-traitant S. L'entreprise T produit donc des pièces dont le diamètre est le plus satisfaisant. (1 point)

### EXERCICE 2 : sur 8 points

#### Partie A : (sur 4 points)

1)  $72 - 70 = 2$  et  $75 - 72 = 3$  et  $79 - 75 = 4$  et  $83 - 79 = 4 \dots$  On n'obtient pas chaque terme en ajoutant au précédent un nombre constant : la suite  $(u_n)$  n'est donc pas arithmétique. (1 point)

2) a)  $2/70 = 0,2857 \approx 2,86\%$ . (1 point)

b) (1 point)

n	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de logements construits	70	72	75	79	83	89	96
Pourcentage d'augmentation d'une année à l'autre (à 0,01 % près)		2,86	4,17	5,33	5,06	7,23	7,87

c)  $\frac{u_2}{u_1} \approx 1,0286$  et  $\frac{u_3}{u_2} \approx 1,0417$ , donc  $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$ , donc la suite  $(u_n)$  n'est pas géométrique. (1 point)

#### Partie B : (sur 4 points)

1) = B3 - 60. (1 point)

	A	B	C	D	E
1	année	Nombre de logements	Ecart avec la prévision		
2	n	u (n)	u (n) - 60	Coefficient multiplicateur	v (n)
3	1	70	10		10
4	2	72	12	1,2	12,40
5	3	75	15	1,25	15,38
6	4	79	19	1,26666666	19,07
7	5	83	23	1,21052632	23,64
8	6	89	29	1,26086957	29,32
9	7	96	36	1,24137931	36,35
10	8				
11	9				
12	10				

2) en D4 on écrit : = C4/C3. (1 point)

3) En E4 on écrit : = E3\*1,24. (1 point)

4)  $v_{10} \approx 69,31 = u_{10} - 60$  donc  $u_{10} \approx 69,31 + 60 = 129,31 \approx 129$  logements. (1 point)